

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 8 (ตอนที่ 5/5)



โดยช่วงตั้งแต่ 18 ต.ค. 59-3 มี.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 44 & 4 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -4 & y \\ 2 & x \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

ถ้า $\det(-2A^{-1}B) = \det(C^{-1})$ แล้ว $|2x + y|$ เท่ากับเท่าใด

- 1) 8
- 2) 9
- 3) 10
- 4) 11

2. ให้ S แทนผลบวกของอนุกรม $\frac{1}{6} + \frac{2}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \dots + \frac{n}{6^n} + \dots$ แล้ว S

มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{1}{5}$
- 2) $\frac{6}{25}$
- 3) $\frac{1}{4}$
- 4) $\frac{5}{36}$

3. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ถ้า $p \Rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $(p \wedge q) \Rightarrow \sim(p \Rightarrow r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- ข. ถ้า $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \wedge \sim q)$ มีค่าความจริงเป็นจริงแล้ว $(\sim p) \vee (\sim q) \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริงด้วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

4. เซตคำตอบของสมการ $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} \geq x+2$ คือเซตใดต่อไปนี้

- 1) $(-\infty, -2]$
- 2) $(0, \infty)$
- 3) $(-\infty, -2] \cup (0, \infty)$
- 4) $(-\infty, -2] \cup (0, 1]$

5. กราฟของ $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ตัดแกน x ที่จุดบนช่วง $0.01 < x < 1$

- 1) 28
- 2) 29
- 3) 30
- 4) 31

เฉลย

1. เฉลย 3) 10

$\det(A) = (44)(-3) - (7)(4) = -132 - 28 = -160$

$\det(B) = (-4)(x) - (2)(y) = -4x - 2y$

$\det(C) = (5)(1) - (7)(1) = 5 - 7 = -2$

จาก $\det(-2A^{-1}B) = \det(C^{-1})$

จะได้ $(-2)^2 \frac{1}{\det(A)} \det(B) = \frac{1}{\det(C)}$

$4\left(\frac{-1}{-160}\right)(-4x - 2y) = \frac{1}{(-2)}$

$\frac{1}{20}(2x + y) = -\frac{1}{2}$

$2x + y = -10$

$|2x + y| = 10$

2. เฉลย 2) $\frac{6}{25}$

เขียนอนุกรมที่กำหนดให้ในรูปแบบ $\frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} + \dots$

$+ \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} + \dots$

$+ \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} + \dots$

ให้ S_1, S_2, S_3, \dots แทนผลบวกของอนุกรมในแถวที่ 1, แถวที่ 2, แถวที่ 3, ...

$S_1 = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1}{5}$

$S_2 = \frac{\frac{1}{6^2}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{6}\right)$

$S_3 = \frac{\frac{1}{6^3}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2$

และจะได้

$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$

$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \dots$

$= \frac{1}{5}$

$= \frac{6}{25}$

3. เฉลย 4) ก. และ ข. ผิด

พิจารณาข้อความ ก.

(1) ถ้า $p \Rightarrow q$ เป็นเท็จแล้ว p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ

(2) จาก (1) เราทราบว่า p เป็นจริง q เป็นเท็จ ดังนั้น $(p \wedge q)$ เป็นเท็จ

และ $(p \wedge q) \Rightarrow \sim(p \Rightarrow r)$ เป็นจริง ไม่ว่า $\sim(p \Rightarrow r)$ จะเป็น

จริงหรือเป็นเท็จ

ดังนั้น ข้อความ ก. ผิด

พิจารณาข้อความ ข.

(1) เนื่องจาก $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \wedge \sim q)$ เป็นจริง ดังนั้น $p \Rightarrow r$ และ

$q \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเหมือนกัน

(2) แต่ $q \wedge \sim q$ เป็นเท็จเสมอ ดังนั้น $p \Rightarrow r$ เป็นเท็จ และจะได้ว่า p

เป็นจริงและ r เป็นเท็จ

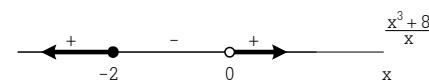
(3) เนื่องจาก r เป็นเท็จ ดังนั้น $(\sim p) \vee (\sim q) \wedge r$ เป็นเท็จ

ดังนั้น ข้อความ ข. ผิด

4. เฉลย 4) $(-\infty, -2] \cup (0, 1]$

สังเกตว่า $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}}$ หาค่าได้ (เป็นจำนวนจริง) ถ้า $\frac{x^3+8}{x} \geq 0$ และ $x \neq 0$

เขียนกราฟแสดงเครื่องหมายของ $\frac{x^3+8}{x}$ บนช่วงต่างๆ ดังนี้



จะพบว่า $\frac{x^3+8}{x} \geq 0$ เมื่อ $x \leq -2$ หรือ $x > 0$

แสดงว่า เซตคำตอบของสมการที่กำหนดให้ต้องเป็นสับเซตของ $(-\infty, -2] \cup (0, \infty)$

สังเกตว่า สมการที่กำหนดให้เป็นจริงเสมอเมื่อ x อยู่ในช่วง $(-\infty, -2]$

เพราะว่าบนช่วงนี้ $x+2 \leq 0$ และ $\frac{x^3+8}{x} \geq 0$

พิจารณาคำตอบของสมการที่กำหนดให้บนช่วง $(0, \infty)$ จะได้ว่า

$\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} \geq x+2$

$\frac{x^3+8}{x} \geq (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

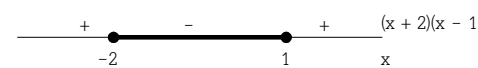
$x^3 + 8 \geq x^3 + 4x^2 + 4x$

$4x^2 + 4x - 8 \leq 0$

$x^2 + x - 2 \leq 0$

$(x+2)(x-1) \leq 0$

พิจารณาคำตอบของสมการจากกราฟแสดงเครื่องหมายของ $(x+2)(x-1)$



จะพบว่า สมการสุดท้ายเป็นจริง เมื่อ x อยู่บนช่วง $[-2, 1]$

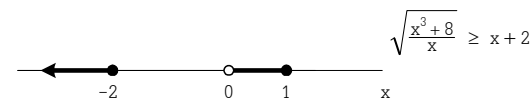
เมื่อพิจารณาเฉพาะคำตอบที่เป็นไปได้บนช่วง $(0, \infty)$ จะได้ว่า สมการ

$\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} \geq x+2$ เป็นจริง

สำหรับ x บนช่วง $(0, 1]$ และจากที่ทราบมาแล้วในตอนต้นว่าสมการ

$\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} \geq x+2$ เป็นจริง

สำหรับ x บนช่วง $(-\infty, -2]$ สรุปได้ว่าเซตคำตอบของสมการคือ $(-\infty, -2] \cup (0, 1]$



5. เฉลย 4) 31

เนื่องจาก $\sin z = 0$ เมื่อ $z = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$

ดังนั้น $\sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ เมื่อ $x = \frac{1}{\pi}, \frac{1}{2\pi}, \frac{1}{3\pi}, \dots$

สังเกตว่า $\frac{1}{n\pi} \geq 0.01 = \frac{1}{100}$ เมื่อ $n \leq \frac{100}{\pi} \approx 31.8$

ดังนั้น กราฟของ $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ตัดแกน x บนช่วง $0.01 < x < 1$

ที่จุดซึ่ง $x = \frac{1}{n\pi}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 31$ นั่นคือ กราฟตัดแกน x บนช่วง

ดังกล่าว 31 จุด

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com